Réseau Bayésien versus Diagramme dInfluence pour les problèmes récurrents dADMC

Véronique Delcroix
LAMIH, Univ. de Valenciennes
Equipe DIM (Décision, Interaction, Mobilité)

JFRB - Kerkenah, Tunisie - 11 –13 mai 2012

Notations :

$\mathcal{V}$: majuscule ronde : ensemble de variables

V : majuscule : une variable

v : valeur d'une variable ou valeurs d'un ensemble de variables.

Introduction

Problème d'aide à la décision multicritères (ADMC) et multiattributs :

- Choisir une alternative dans un ensemble $\mathcal{A}$,
- suivant un ensemble de critères $\{g_1, \ldots, g_m\}$.
- une alternative $a = (v_1, \ldots, v_n)$ est décrite par l'ensemble des valeurs de ses attributs.
- $\mathcal{V} = \{V_1, \ldots, V_n\}$: attributs

Introduction

Problème récurrent d'ADMC :

- même ensemble d'alternatives ($\mathcal{V}$ est fixe)
- même liste de critères,
- chaque cas de décision est spécifique (décideur, contexte, préférences, etc.)

Description d'un cas de décision :

- $\mathcal{U} = \{U_1, \ldots, U_p\}$: variables caractérisant un cas de décision. Chaque U_i peut avoir une influence sur le choix.
- $\mathcal{U}_{obs} \subset \mathcal{U}$: variables observées, spécifique à chaque cas de décision.
- u_{obs} : ensemble des valeurs des variables de $\mathcal{U}_{obs}$.

Un exemple de problème récurrent : achat d'un logement

Exemple (achat d'un logement)

- Attributs des alternatives ($\mathcal{V}$) :
  - adresse du logement, type, superficie, terrain,
  - prix, nb de pièces, état, garage, dépendances,
  - caractéristiques de l'environnement, etc.
- Caractéristiques d'un cas de décision ($\mathcal{U}$) :
  - nombre de personnes à loger, âges,
  - lieux de travail, adresses des proches,
  - capacité de déplacement (marche, conduite, deux roues),
  - budget, apport personnel, revenus,
  - préférences (ville, campagne, etc.),
- Critères :
  - adéquation géographique,
  - adéquation prix,
  - adéquation logement intérieur,
  - adéquation extérieur et dépendances, etc.

Caractéristiques du problème (1)

Décision en présence d' **incertitude** :

- Influence d'un facteur sur le choix
- Observations

Exemple (achat d'un logement)

- acheteur ayant un véhicule $\xrightarrow{?}$ souhaite un garage
- acheteur agé $\xrightarrow{?}$ souhaite un logement sans escalier.
- âge de l'acheteur $\xrightarrow{?}$ nombre d'enfants sous le même toit.
- adresse du logement $\xrightarrow{?}$ logement calme

$\rightarrow$ besoin d'un modèle qui gère l'incertitude.
$\rightarrow$ Modèle Graphique Probabiliste (MGP) ☺

Caractéristiques du problème (2)

Taille de l'ensemble des alternatives :
Exemple (choix d'une maison de retraite)

- Liste des alternatives disponible dans un périmètre donné.
- Problème : choisir une alternative dans cette liste.

Exemple (achat d'un logement)

- Liste des alternatives non disponible.
- Problème : déterminer une alternative "idéale" $(v_1, \ldots, v_n)$.
- Chaque attribut V_i est une variable de décision.
- Pas d'ordre sur le choix des attributs.

→ Deux types de problème selon la taille de l'ens. d'alternatives
→ Deux types de MGP : diagramme d'influence et réseau bayésien.

Caractéristiques du problème (3)

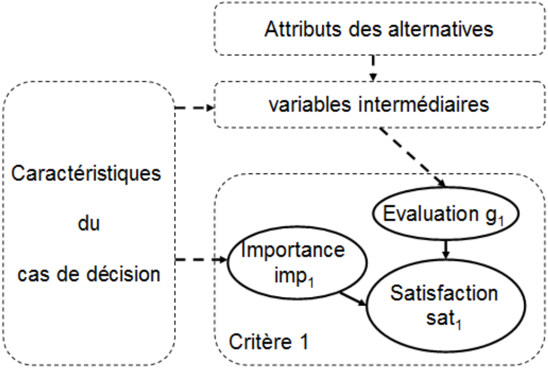
Un **décideur naïf** :
Problème récurrent ⇒ grande diversité des décideurs :

- plus ou moins ignorant, pressé, impliqué
- pas toujours capable de fournir des informations préférentielles permettant de comparer deux alternatives.
- Exemple : choix d'un fauteuil roulant

→ besoin d'un modèle d'ADMC qui sollicite peu le décideur.
→ Intéret des MGP ☺ :

- Construction du modèle par les experts
  - difficile, une seule fois
- Utilisation par les décideurs (entrer les observations)
  - facile, rapide, utilisations multiples du même modèle

Modélisation d'un critère



Évaluation d'un critère

L'évaluation d'une alternative sur un critère est fonction de

- certains attributs de l'alternative $\mathcal{V}_g \subset \mathcal{V}$
- certaines caractéristiques du cas de décision $\mathcal{U}_g \subset \mathcal{U}$.

Évaluation du critère : fonction probabiliste à optimiser :

$$g : \mathcal{V}_g \cup \mathcal{U}_g \to [0, 1]$$

Exemple (achat dun logement)
Critère g : "accessibilité aux personnes à mobilité réduite"
Attributs $\mathcal{V}_g$:

- date de construction du logement,
- présence de marches, rampe daccès, ascenseur,
- largeur des portes, etc.

Importance d'un critère

L'importance d'un critère dépend du cas de décision.
Importance du critère : fonction probabiliste

$$Imp_g : \mathcal{U}'_g \to [0, 1]$$

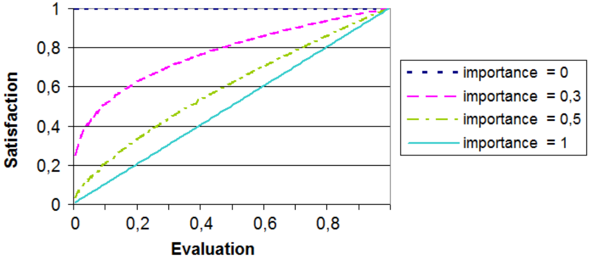
Exemple (achat d'un logement)
Critère g : "accessibilité aux personnes à mobilité réduite"
Attributs $\mathcal{U}'_g$:

- âge de l'acheteur,
- capacité de marche, usage d'un fauteil roulant, etc.

Critère essentiel : importance proche de 1
Critère sans importance : importance proche de 0.

Satisfaction d'un critère

Satisfaction fournie par une alternative sur un critère dépend de son évaluation et son importance : $Sat_g = g^{Imp_g}$



$Imp_g = 1 \Rightarrow Sat_g = g$ $Imp_g = 0 \Rightarrow Sat_g = 1$.

Moins le critère est important, plus facilement on est satisfait par une alternative avec une évaluation moyenne.

Un exemple : choix d'un transport pour aller à l'aéroport

Attributs des alternatives $\mathcal{V}$:

- mode de transport (voiture, taxi, train)
- heure de départ du domicile

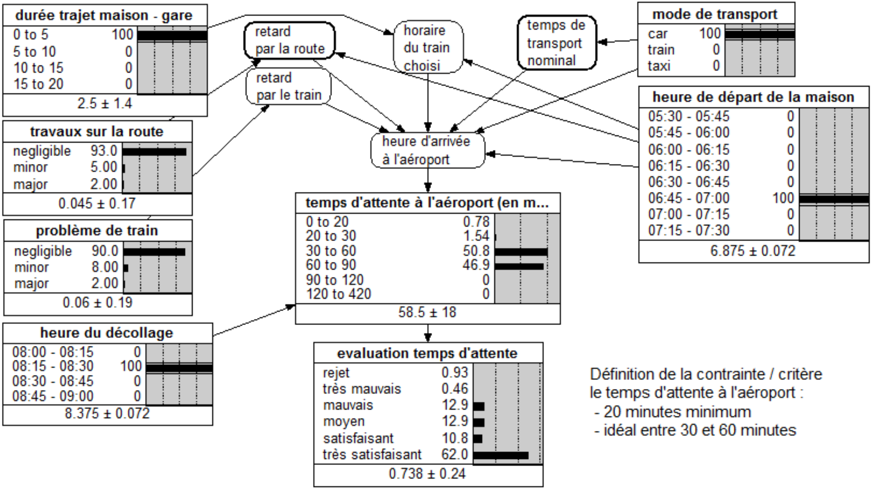
Cas de décision $\mathcal{U}$:

- heure de décollage de l'avion
- adresse de départ, gare de départ, durée trajet maison - gare
- travaux sur la route, problème de train, etc.

Critères :

- temps d'attente à l'aéroport
- durée totale du trajet
- confort du trajet
- prix, etc.

Modélisation du critère temps d'attente à l'aéroport



Définition de la contrainte / critère le temps d'attente à l'aéroport :

- 20 minutes minimum
- idéal entre 30 et 60 minutes

Modélisation d'une contrainte

Contrainte

- Condition sur un sous-ensemble de $\mathcal{V} \cup \mathcal{U}$.
- Pas de compromis $\Rightarrow$ $Imp = 1$
- Rejet des alternatives qui ne satisfont pas la contrainte
- Valeurs admissibles d'un attribut

Modélisation d'une contrainte : un seul nœud ($Sat = g$)

Exemple (transport aéroport) :

- heure arrive aéroport $<$ heure décollage $-$ 20 minutes
- $\Rightarrow$ rejet des alternatives avec départ trop tard

Contrainte couplée à un critère :

- Temps d'attente à l'aéroport : ni trop long, ni trop court
- "préférence" sur les valeurs admissibles

Définition des probabilités

Satisfaction : nœuds déterministes

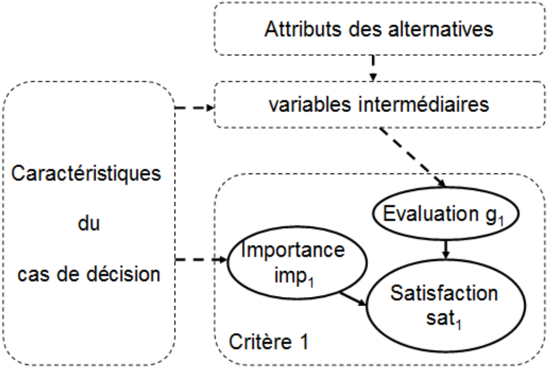
Importance, évaluation : cadre des “ranked nodes” (Fenton 2007) :

- Loi normale tronquée sur $[0, 1]$
- moyenne : fonction des variables parents

fonctions définies avec les experts.

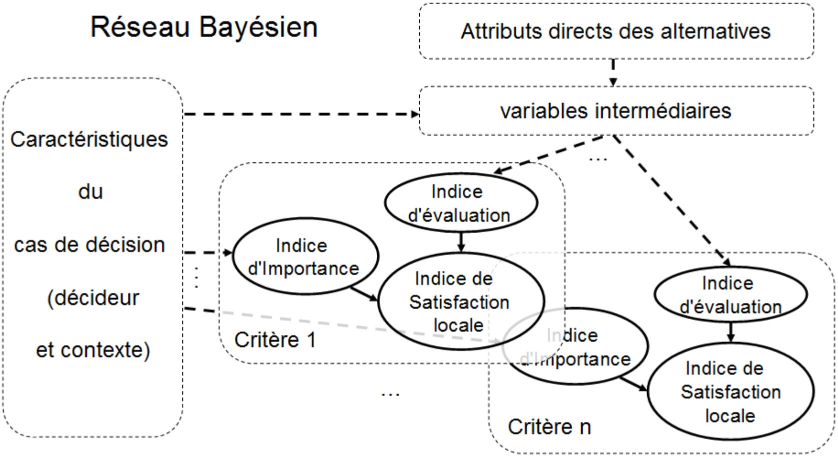
équation $\longrightarrow$ la TPC du nœud

Fonctionnement sur un critère



Si Sat_i est connue, alors Imp_i et g_i sont dépendants.
Observations : u_{obs}
Variables cibles : $\mathcal{V}$, $\rightarrow$ une alternative

Structure du graphe



Structure du graphe

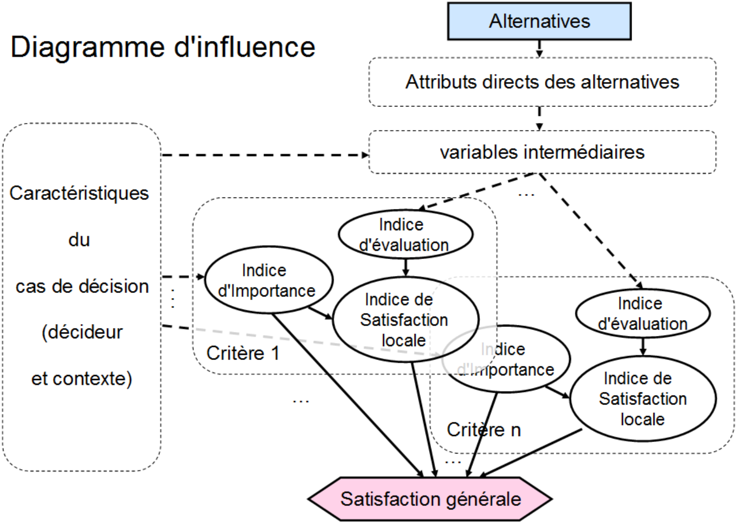


Diagramme d'Influence (DI)

Nœud de décision (rectangle) (ici unique)

- Ensemble fini d'états exhaustif et mutuellement exclusifs
- ici : Liste des alternatives (**liste disponible**)
- Pas de probabilité associée.
- Un chemin relie tous les nœuds de décision

Nœud d'utilité (héxagone)

- pas de fils, pas d'états
- fonction réelle de l'ensemble des parents

Satisfaction générale (nœud d'utilité) :

$$SatGen = \frac{\sum_i Imp_i \times Sat_i}{\sum_i Imp_i} = \frac{\sum_i Imp_i \times g_i^{Imp_i}}{\sum_i Imp_i}$$

Définit la compensation des critères

Principe d'utilisation des modèles

Première étape :

- Évaluer l'importance de chaque critère pour ce cas de décision

Seconde étape : inférence

- Si DI : satisfaction générale de chaque alternative
- Si RB : distribution de probabilité a posteriori pour chaque attribut

Utilisation : importance des critères

Un cas de décision $\rightarrow$ Observations u_{obs}, valeurs de $\mathcal{U}_{obs} \subset \mathcal{U}$
Inférence directe $\rightarrow$ importance des critères dans ce cas de décision

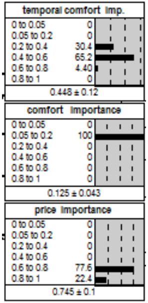
$$P(Imp_i \mid u_{obs}), \quad i = 1, \ldots, m.$$

Exemple (transport aéroport)

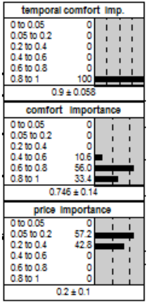
confort temporel

confort

prix



Jeune ouvrier



Cadre 45 à 60 ans

Principe utilisation du DI

L'utilité espérée d'une alternative a sachant un cas de décision u_{obs}

$$UE(a \mid u_{obs}) = \sum_{\mathcal{C}} \frac{\sum_i (Imp_i \times Sat_i)}{\sum_i Imp_i} \times P((Imp_i, Sat_i)_i \mid u_{obs}, a)$$

$\mathcal{C}$ ens. des congurations des variables d'importance et de satisfaction des critères

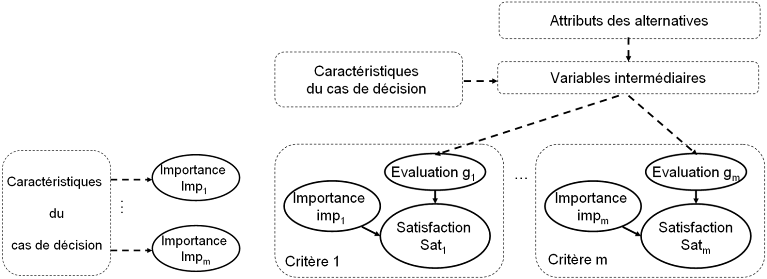
L'alternative choisie est celle qui maximise l'utilité esperée.

Principe utilisation du RB

Utilisation du RB :

- fixer les degrés de satisfaction à leur valeur maximale
- propager les degrés dimportance des critères déjà obtenus

Couper les arcs entrants des nœuds dimportance
$\rightarrow$ deux RB
$\rightarrow$ pas de propagation vers les variables du cas de décision.



Evidences incertaines

Distributions de probabilités sur les variables dimportance : évidences incertaines $(\neq 0, 1)$

Les distributions de probabilités des "évidences" ne doivent pas être modifiées par la mise à jour du modèle
$\Rightarrow$ "soft evidence"
(Valtorta, Kim and Vomlel 2002), (Peng, Zhang and Pan. 2010)

$\rightarrow$ propager les distributions de probabilités des importances et les degrés de satisfaction dans le 2e RB

Résultat

Propagation dans le 2e RB

- des degrés d'importance des critères pour ce cas de décision
- et des degrés de satisfaction demandés

$\rightarrow$ recommandations probabilistes sur chaque attribut V_i

$$P(V_i \mid (Imp_j, Sat_j)_j), i = 1, \ldots, n$$

C'est intéressant ! ☺.
Problème réel du choix d'un fauteuil roulant manuel (projet ANR),
Experts très intéressés par ce résultat.

Mais cela ne donne pas une alternative idéale : $(v_1, \ldots, v_n)$.
Choisir pour chaque attribut une valeur de probabilité maximale ne suffit pas.

Une alternative idéale ?

Algorithme :

Entrées :

- les distributions de probabilités des variables importances des critère.
- u_{obs} (sous ensemble de $\mathcal{U}_{obs}$ présent dans le 2ème RB)
- le 2e RB

1. Établir un ordre sur les attributs (experts) (spécifique à chaque cas de décision)
2. Fixer la valeur du premier attribut en choisissant une valeur de probabilite maximale ;
3. Propager cette valeur, les degrés d'importances et de satisfaction.
4. Fixer la valeur du deuxième attribut en considérant la nouvelle probabilité a posteriori et propager de nouveau.
5. Proceder ainsi pour chaque attribut.

Résultat : un tuple de valeurs des attributs $(v_1, \ldots, v_n)$.
dépend du choix de l'ordre sur les attributs (pas maximal).

Limites des Diagrammes d'Influences

Si plusieurs nœuds de décision

- un chemin relie les nœuds de décision (il faut donc un ordre)
- algo d'inférence s'accomodent mal des séquences trop longues (Jensen, Nielsen 2011).

DI : pas adapté aux problèmes non symétriques
pb symétrique : la valeur d'une décision ne modifie pas la suite de la séquence de décisions

→ pas possible de proposer un nœud de décision par attribut.
→ DI pas utilisables pour les cas où la liste des alternatives n'est pas disponible.

Autres travaux

Diehl, Haimes 2004, *Influence Diagrams With Multiple Objectives and Tradeoff Analysis* IEEE trans. on SMC

- extension des DI pour traiter plusieurs objectifs
- sans agréger leurs utilité (critères non commensurables)

Limitation : décisions avec peu de configurations

- longueur de la séquence de décisions
- taille du domaine de définition des observations qui précèdent les décisions.

Résultat “pauvre” : sélection d'un sous-ensemble d'alternatives non dominées.
Représentation graphique possible si peu de critères.

Fenton et Wattayu

Fenton, Neil 2001, *Making decisions : Using bayesian nets and MCDA*. Knowledge-Based Systems)

Watthayu, Peng 2004, *A Bayesian network based framework for multi-criteria decision making*, Proc. of the 17th Int. Conf. on MCDA.

Le modèle ne prend pas en compte l'importance des critères.

Pas de structure spécifique du graphe pour modléliser les critères

Conclusion (1)

- Problème récurrent d'ADMC avec incertitude
- Alternative = tuple des valeurs des attributs
- Décideur naïf

Proposition

- Modèle de raisonnement basé sur un RB ou DI
- Structure particulière du graphe pour un critère
- Un seul modèle (construction experts)
- Utilisations multiple et simple

Conclusion (2)

Liste des alternatives disponible :

- DI $\rightarrow$ alternatives triées (satisfaction générale)

Liste des alternatives non disponible :

- RB $\rightarrow$ recommandation probabiliste sur chaque attribut
- Importance des critéres : évidences incertaines à propager

Autre utilisation du modèle :

- Evaluation d'une alternative réelle sur chaque critère
- Satisfaction associé en fonction du cas de décision

Perspectives
Proposer un modèle distribué.

MERCI

de votre attention !

QUESTIONS / REMARQUES ?